Chap2 : Représentation des systèmes

I) Systèmes continus, linéaires, invariants.

a) définition

(1) Un système est dit continu si tous les signaux accessibles en différents points du processus sont des fonctions de la variable continue t.

(2) Un système est linéaire si le principe de supperposition lui est applicable

$$\begin{cases} s_1(t) = k e_1(t) \\ s_2(t) = k\, e_2(t) \end{cases}$$

$$e(t) = e_1(t) + e_2(t)$$

$$s(t) = k\,e(t) = k\left[e_1(t)+e_2(t)\right] = k\,e_1(t) + k\,e_2(t) = s_1(t) + s_2(t)$$

(3) Un système est dit à temps invariant si ses paramètres sont stationnaires (constant) pendant toute la durée de vie.

b) Représentation des systèmes

(1) par sa réponse impulsionnelle

On peut exprimer la sortie de tout système linéaire, continu et stationnaire à partir de l'expression du signal d'entrée qui lui est appliqué et de sa réponse impulsionnelle.

Par définition, la réponse impulsionnelle d'un système est la réponse à un signal d'entrée de type impulsion de Dirac placée à l'origine des temps $(t=0)$

(2) par sa fonction de transfert

On peut aussi relier l'entrée d'un système à sa sortie par l'intermédiaire de ce qu'on appelle la fonction de transfert du système.

On définit la sortie d'un système à partir du produit de convolution entrée appliquée et $h(t)$

on a : $s(t) = e(t) * h(t)$

$$s(t) = \int_0^t h(\tau)\, e(t-\tau)\, d\tau$$

On passe en Laplace :

(1) $$S(p) = \int_0^{+\infty} \left[\int_0^t h(\tau)\, e(t-\tau)\, d\tau \right] e^{-pt}\, d\tau$$

Rem : l'intégrale entre crochets ne change pas en prenant une borne supérieure $+\infty$ car $e(t-\tau) = 0$ pour $\tau > t$

$$\int_0^t h(\tau)\, e(t-\tau)\, d\tau = \int_0^{+\infty} h(\tau)\, e(t-\tau)\, d\tau$$

(2) $$S(p) = \int_0^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} h(\tau)\, e(t-\tau)\, d\tau \right] e^{-pt}\, dt$$

(3) $$S(p) = \int_0^{+\infty} h(\tau) \int_0^{+\infty} e(t-\tau)\, e^{-pt}\, dt\, d\tau$$

(4) On pose $\theta = t - \tau$

$$S(p) = \int_0^{+\infty} h(\tau) \int_0^{+\infty} e(\theta)\, e^{-p(\theta+\tau)}\, d\theta\, d\tau$$

(5) $$S(p) = \int_0^{+\infty} h(\tau)\, e^{-p\tau}\, d\tau \cdot \int_0^{+\infty} e(\theta)\, e^{-p\theta}\, d\theta$$

(6) $$\boxed{S(p) = H(p) \cdot E(p)}$$

Dans le référenciel de Laplace : $\boxed{H(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)}}$

(3) par équation différentielle

$$a_m s^{(m)} + a_{m-1} s^{(m-1)} + \dots + a_1 \dot{s} + a_0 s = b_m e^{(m)} + b_{m-1} e^{(m-1)} + \dots + b_1 \dot{e} + b_0 e$$

On utilise la propriété de Linéarité + dérivation de la TL :

Les CI = 0

$$\left[a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_1 p + a_0\right] S(p) = \left[b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0\right] E(p)$$

On sait que $H(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)}$

$$\boxed{H(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_0}}$$

La fonction de transfert d'un système peut être directement déduite de l'équation différentielle

Propriétés de la Fonction de transfert

(*) Une fonction de transfert est définie uniquement pour un système Linéaire et invariant.

(*) Une fonction de transfert est obtenue en considérant les CI = 0

(*) FT ne dépend pas de l'entrée appliquée au système.

Elle est l'expression du rapport S/E dans le plan de Laplace.

Elle dépend de p et est indépendante de t.

Elle est le rapport de 2 polynômes en p. Les quantités annulant le numérateur sont les zéros du systèmes. Celles qui annulent le dénominateur sont les pôles du système.